STUDIES PUBLICAÇÕES
Studies in Engineering and Exact Sciences
ISSN: 2764-0981

Aproximación a los grafos de voronoi y diagramas de delaunay con diseños geométricos

Approximation to voronoi graphs and delaunay diagrams with geometric designs

DOI: 10.54021/seesv3n1-020

Recebimento dos originais: 15/12/2021
Aceitação para publicação: 16/02/2022

Yancel Orlando Soto Hernández
Especialista en Educación en Tecnología
Institución: Universidade Federal Juiz de Fora/ MG- Brasil
Dirección: Rua José Lourenço Kelmer, S/N , MG-CEP: 36036-900 Juiz de Fora, MG
Correo electrónico: yancelk@hotmail.es

Claudia Cecilia Castro Cortés
Magister en Docencia e Investigación Universitaria
Institución: Universidad Distrital Francisco José de Caldas/ Bogotá- Colombia
Dirección: Carrera 3 # 26A – 40/ Carrera 1 Este # 33-54 Piso 2
Correo electrónico: mathclaudiacastro@yahoo.com

RESUMEN
El desarrollo contemporáneo que se ha llevado a cabo en la teoría de grafos y su trabajo en la escuela, concibe la necesidad de comunicar potencialidades y aplicaciones prácticas del diagrama de Voronoi y la triangulación de Delaunay en el campo de la geometría plana por medio de manipulaciones e interpretación de fenómenos cotidianos. Este documento tiene como propósito, presentar aspectos clave de los grafos desde la perspectiva geométrica con la intención de reflexionar sobre aplicaciones de los mismos en correspondencia con el pensamiento geométrico.

Palabras clave: teoría de grafos, diagrama de voronoi, triangulación de delaunay, geometría en la escuela.

ABSTRACT
The contemporary development that has been carried out in graph theory and his work at school, conceives the need to communicate the potentialities and practical applications of the Voronoi diagram and the Delaunay triangulation in the field of plane geometry by means of manipulations and interpretation of everyday phenomena. This document aims to present key aspects of graphs from a geometric perspective with the intention of reflecting on their applications in correspondence with geometric thought.

Keywords: graph theory, voronoi diagram, delaunay triangulation, geometry in school.

1 INTRODUCCIÓN

Las experiencias obtenidas alrededor de la teoría de grafos y su desarrollo en ambientes escolares, ostentan la necesidad de considerarlos como una alternativa de abordaje en el campo de la geometría (Cleuton y Araujo; 2021) por la existencia de patrones y representaciones que pueden auxiliar de forma acertada procesos dinámicos de las matemáticas en estudiantes de enseñanza básica y media.

Las actividades y estrategias propuestas sobre los grafos están encaminadas a brindar la posibilidad de insertar tópicos de la geometría plana de forma dinámica, mediante situaciones que tengan conexión con el medio físico (Klug; 2015).

Es así como a través de la utilización de recursos digitales y computacionales, existe la posibilidad de modelar diseños que logran ser provechosos en espacios como, el problema de los cuatro colores (Klug; 2015, p.21) en el cual se dispone de diseños de Voronoi o representaciones de diseños triangulares de Delaunay de forma organizada para su abordaje.

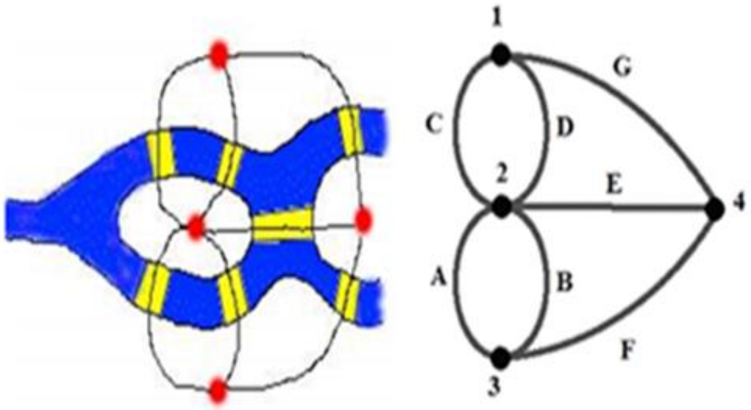
Se estudian conceptos elementales de los grafos y sus orígenes; en los que, se comprende su riqueza para trabajar fenómenos y situaciones de la geometría en el campo de la escuela; utilizando ejemplos concretos a partir de las definiciones de diagrama de Voronoi y triangulación de Delaunay. Estas definiciones pueden ser alternativas de interés por la poca exploración en el campo de las matemáticas de aula de clase y que son objeto actual de investigación en comunidades científicas por la necesidad de ejecutar desarrollo de redes sensoriales e inalámbricas (Abellanas; et al., 2009) que están incorporadas a las representaciones y análisis de cada diseño.

2 ASPECTOS CLAVE DE LOS GRAFOS

La teoría de grafos nace en el siglo XVIII con el famoso problema de los puentes en la ciudad de Königsberg porque en dicho lugar, las personas acostumbraban a salir de paseo para recorrer las cuatro regiones que estaban conectadas por los siete puentes de esta urbe. En algún momento, las personas que habitaban el lugar plantearon el siguiente problema: Determinar si una persona tiene la posibilidad de realizar el recorrido por la ciudad, de tal forma que cruce cada uno de estos puentes únicamente una sola vez.

En 1736 el matemático suizo Leonard Euler publica la solución al problema, presentando un modelo matemático en el que simboliza las regiones de la ciudad con puntos y los puentes que atraviesan la ciudad con líneas (ver ilustración 1). La solución se redujo a construir el diseño sin levantar el lápiz (Combariza; 2003). De esta manera, se concibe una nueva teoría en el campo de la matemática discreta que está asociada a la construcción de lo que se denominan grafos.

Ilustración 1: Representación geométrica de los puentes de Königsberg



Castro y Díaz (1997) afirman que, un grafo es el conjunto de puntos (vértices) unidos entre sí por líneas (aristas). Los vértices y aristas pueden ser representados mediante una función en donde se establecen condiciones mediante la siguiente forma matemática:

$G=(V_G, A_G, f_G)$ donde V_G y A_G son los conjuntos con $V_G \neq \phi$ y f_G es la función: $f_G : A_G \to p_2(V_G)$; Además, $a \to f_G(a)$, donde $p_2(V_G)=\{B \subseteq V_G \,/\# B \in \{1,2\}\}$

La relación presentada en la forma matemática es enfática en que para un conjunto *G* de vértices y aristas organizados mediante una métrica, habrá una función donde la arista se diseñará en relación al número de vértices existentes.

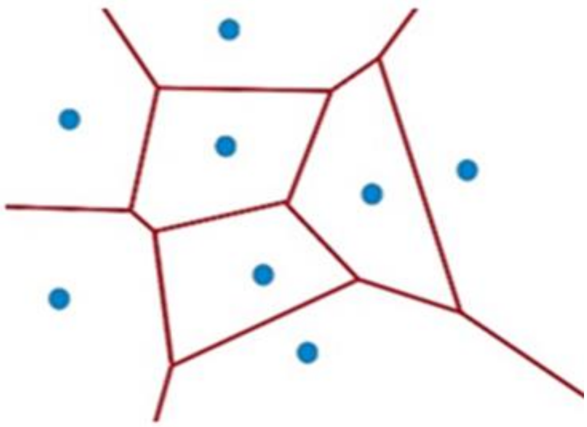
3 GRAFO DE VORONOI

El grafo de Voronoi viene a ser un elemento de la teoría de grafos y está a disposición en el estudio de geometría computacional. Un grafo de Voronoi se define de la siguiente manera: “Dado un conjunto de vértices *V* en el plano, el diagrama de Voronoi de *V* es una descomposición en el plano en regiones relacionadas a cada uno de los *V*” (Moreno y Ordóñez; 2009).

La descomposición del grafo de Voronoi en dos dimensiones, reconoce el estudio de estructuras y trayectorias de orientación que pueden ser importantes en el área de la geometría plana para determinar localizaciones y formación de diversas redes que también puedes ser dinámicas.

Se observa en el grafo de Voronoi, una representación de proximidad de un conjunto de vértices (ver ilustración 2) en donde se representa una descomposición del plano en diferentes regiones poligonales que son convexas (Braicovich, Caro y Yobrán; 2016) dispuestas y delimitadas por aristas de los puntos considerados en el diseño.

Ilustración 2: Representación del grafo de Voronoi

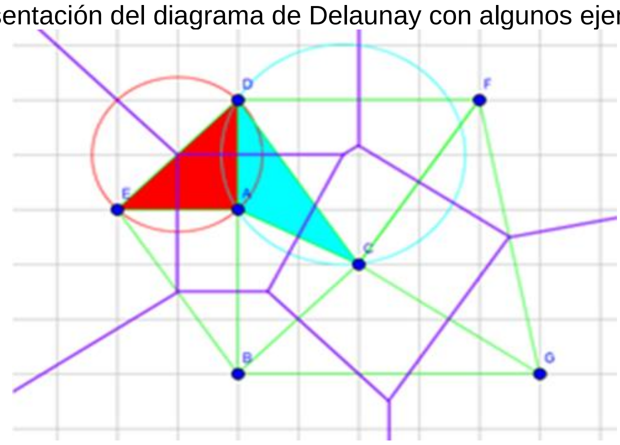


Las aristas del diagrama de Voronoi son porciones de mediatrices de pares de puntos y pueden ser de 3 tipos: **rectas** cuando todos los puntos están alineados, **semirrectas** cuando los 2 puntos que determinan la arista son consecutivos en la envolvente convexa (ver ilustración 2 y 3) y **segmentos** cuando uno de los puntos que conforma la arista es interior a la envolvente convexa como en el caso de los puntos *A* y *C* de la ilustración 3 en donde se representa de manera geométrica la relación triangular de Delaunay.

4 TRIANGULACIÓN DE DELAUNAY

La triangulación de Delaunay se puede definir como una red de conformación de polígonos que cumplen con las características de Delaunay, en donde dos puntos conforman una arista de Delaunay sí y solo sí existe un círculo vacío de vértices *V* cuya frontera o límite pasa por los puntos mencionados (Moreno y Ordóñez; 2009) y que tres puntos conforman un triángulo de Delaunay sí y solo sí el círculo que define la figura está vacío de puntos como se puede observar en las figuras de color rojo y azul de la ilustración 3 en donde por ninguna de las mismas existe un punto en la parte interna.

Ilustración 3: Representación del diagrama de Delaunay con algunos ejemplares de triángulos



Se observa en la relación de Delaunay un vínculo con los grafos de Voronoi ya que los vértices de los triángulos que se conforman en la red triangular son los mismos puntos con los que se diseña el grafo de Voronoi. La importancia del vínculo en estos gráficos está dispuesta en los algoritmos que pueden ser diseñados en tiempo real (Piteri; et al., 2007) para manipulación de diversas redes, estudio de algoritmos aleatorios y aplicación en superficies en modelado de terrenos en función de un espacio de dos dimensiones.

En conclusión, este tipo de grafo puede ser estudiado desde la geometría siguiendo tres paradigmas los cuales son: inserción, división y línea en barrida

Studies in Engineering and Exact Sciences
ISSN: 2764-0981

que son propios del campo computacional y permiten optimizar cálculos de interpolación (Legrá, Atanes y Guilarte; 2014), estudio regiones planas y estimación de medidas angulares.

5 PLICACIONES EN LA GEOMETRÍA

En relación con las aplicaciones de los grafos presentados, se puede trabajar sobre situaciones como las siguientes:

- Dificultades que se presentan en vuelos aéreos (toma de decisiones sobre la posibilidad de aterrizaje) y estudio de optimización de distancias para realizar escalas de acuerdo a las paradas en cada una de las ciudades capitales (ver figura 4).
- Análisis de estrategias y tácticas en un partido de fútbol en las que se puede dinamizar el movimiento de los puntos (siendo cada punto un jugador), distancias y ocupación de las regiones en el campo para predecir acciones y resultados en el juego.

Existen otro tipo de actividades con este tipo de grafos que pueden generar alternativas en el campo de la geometría como la propuesta por Cleuton y Araujo (2020) que enuncia básicamente cómo un hombre puede atravesar un lobo, una cabra y un repollo por un río bajo unas condiciones determinadas.

Ilustración 4: Aplicación de los grafos presentados en la medición de espacios en Sudamérica

Las ilustraciones y ejemplos presentados, son una muestra del trabajo que pueden abordar los grafos para fortalecer algunos conceptos de la geometría plana con ayuda de recursos computaciones que permitirán comprender de una forma más amplia las condiciones de ciertas operaciones, transformaciones geométricas e incluso fenómenos métricos y de secuencialidad.

REFERENCIAS

Abellanas, M. [et al.]. DVALon: Una herramienta para diagramas de Voronoi y grafos de proximidad de alcance limitado. *Encuentros de Geometría Computacional. "XIII Encuentros de Geometría Computacional".* Zaragoza, 2009, p. 293-300.

Braicovich, T; Caro, P & Yobrán, N. (2016). Grafos con GeoGebra. *Actas CUREM* (6), pág. 133-137.

Castro, C & Diaz, L. (1997). *Teoría de grafos:algunos conceptos básicos* (tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.

Cleuton, F & Araujo, J. (2021). Teoría de grafos en enseñanza media: Un estudio introductorio. Número Especial – *I Encontro Cearense de Educação Matemática Boletim Cearense de Educação e História da Matemática* – Volume 08, Número 23, 242 – 257, 2021.

Combariza, G. (2003). Una introducción a la teoría de grafos. *Memorías XIV encuentro de geometría*, pág; 565-591.

Klug, D. (2015). Introdução à Teoria dos Grafos: Proposta para o Ensino Médio. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Brasília-Brasil.

Legrá, A; Atanes, D & Guilarte, C. (2014). Contribución al método de interpolación lineal con triangulación de Delaunay. *Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal.* 2014, p. 58-72.

Moreno, J & Ordóñez, S (2009). *Diagramas de Voronoi de alcance limitado* (tesis de pregrado). Departamento de matemática aplicada, Barcelona, España.

Piteri, M; Meneguette, M; Dos Santos, A & Oliveira, F. (2007). Triangulação de Delaunay e o princípio de inserção randomizado. Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas. Universidade Estadual Paulista. UNESP, Brasil.